

### III. HLEDÁNÍ PRIMITIVNÍ FUNKCE – GONIOMETRICKÉ SUBSTITUCE

Výsledky jsou uvedeny vždy „až na konstantu“. Primitivní funkce je vždy definována na každém maximálním otevřeném intervalu v  $D_f$ .

#### 1. Příklady s goniometrickými funkcemi, které po vhodné substituci vedou na „integrování racionálních funkcí“

a)  $\log\left(\frac{1}{\sqrt{2-\sin^2 x}}\right), D_f = \mathbb{R}$

b)  $\log\left|\frac{\cos x - 1}{\cos x}\right|, D_f = \mathbb{R} \setminus \{2k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

c)  $\lg x + \log\left|\frac{\operatorname{tg} x}{(\operatorname{tg} x + 1)^2}\right|, D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{3}{4}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

d)  $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{6}} \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)\right) + k\frac{\pi}{\sqrt{6}}, & x \in (-\pi + 2k\pi, \pi + 2k\pi), k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2\sqrt{6}} + k\frac{\pi}{\sqrt{6}}, & x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

e)  $\frac{3}{2} \log(\cos^2 x + 1) - \log|\cos x|, D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

g)  $\frac{1}{4} \log\left|\frac{1+\cos x}{1-\cos x}\right| - \frac{1}{2(\cos x + 1)}, D_f = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

h)  $\frac{1}{3} \lg x + \frac{2}{3\sqrt{3}} (\log|\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1| - \log|\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1|), D_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

f), i) viz výsledky zkouškových písemek z roku 2005/2006

(<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kalenda/pis-fsv/0506/pismiii.htm>)