

Diskrétní matematika - cvičení č. 5

web: http://gimli.ms.mff.cuni.cz/~natalia/dm_zs_25_26

29. októbra 2025

1. Ve městě fungují 2 sportovní kluby. Fotbalový klub má 12 členů, tenisový klub 9. Přitom 3 fotbalisté hrají i tenis. Kolik osob celkem je členem nějakého klubu?
2. Město z předchozího příkladu založilo ještě volejbalový klub. Přihlásilo se do něj 15 lidí, z toho 4 fotbalisté, 3 tenisti a jeden fotbalista–tenista. Kolik osob je teď členem nějakého klubu?
3. Z čísel $1, 2, \dots, 1000$ vyškrtneme všechny násobky $3, 5, 7, 42$. Kolik jich zůstane?
4. Určete počet způsobů, jak lze obarvit políčka tabulky 3×3 červeně, žlutě a modře tak, že každá barva byla použita právě třikrát a navíc žádný řádek ani sloupec nebyl jednobarevný. (Obarvení lišící se pouze otočením považujeme za různá.)
5. Kolika způsoby lze seřadit písmena $A, E, K, L, P, O, R, S, V$ tak, že po vynechání některých písmen nevznikne ani jedno ze slov $PRASE, PES, LAK$?
6. V rovině je trojúhelník a dvě různé kružnice. Kolik maximálně bodů se může nacházet na průsečíku alespoň dvou útvarů?
7. Jaká je pravděpodobnost, že 4 náhodně vytažené hrací karty obsahují eso (karet je 52)?
8. Najděte počet nezáporných celočíselných řešení rovnice $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18$ takových, že $x_1 \leq 4$ a $x_2 \leq 7$.
9. Chceme postavit n manželských párů do řady tak, aby nikdo nestál vedle svého partnera. Kolik máme možností?
10. Kolik existuje možností, jak rozmístit n rozlišitelných kuliček do p rozlišitelných přihrádek, tak že žádná přihrádka nesmí být prázdná?

Domácí úkol

1. Kolika způsoby lze umístit 6 červených, 6 zelených a 6 modrých žetonů na šachovnici 5×5 tak, aby byl vždy alespoň jeden řádek nebo sloupec pokryt kameny stejné barvy? (5b)
2. Standartní balíček karet obsahuje 52 karet: jsou čtyři barvy (srdce, piky, kříže a káry) a od každé barvy 13 různých karet (dvojky, . . . , král a eso). Kolik existuje různých podmnožin těchto karet, velikosti 13, obsahující alespoň jednu kartu od každé barvy? (5b)