

Diskrétní matematika - cvičení č. 4

web: http://gimli.ms.mff.cuni.cz/~natalia/dm_zs_25_26

22. oktobra 2025

1. Na každé políčko hracího plánu $n \times n$ náhodně nakreslíme šipku doprava nebo dolů a na levé horní políčko postavíme robota. Robot se vždy posouvá na sousední políčko ve směru šipky. Jaká je pravděpodobnost, že robot opustí hrací plán krokem z pravého dolního políčka?

2. Nechtě A a B jsou neslučitelné jevy. Mohou být tyto dva jevy nezávislé?

3. Házíme dvěma pravidelnými kostkami.

- a) Jaká je pravděpodobnost, že padla šestka za podmínky, že celkový součet je 8?
- b) Jsou jevy [padla šestka] a [celkový součet je 8] nezávislé?
- c) Jaká je pravděpodobnost, že padla šestka na 1. kostce za podmínky, že padla šestka alespoň na jedné kostce?

4. Házíme dvěma pravidelnými kostkami — modrou a zelenou. Označme jevy

$A = [\text{na modré kostce padlo sudé číslo}],$

$B = [\text{na zelené kostce padlo liché číslo}],$

$C = [\text{součet čísel je liché}].$

Jsou náhodné jevy A, B, C po dvou nezávislé? Jsou jevy A, B, C nezávislé?

5. Ve třídě je 70% chlapců a 30% dívek. Dlouhé vlasy má 10% chlapců a 80% dívek.

- a) Jaká je pravděpodobnost, že má náhodně vybraná osoba dlouhé vlasy?
- b) Vybraná osoba má dlouhé vlasy. Jaká je pravděpodobnost, že je to dívka?

6. Na stole leží náhodný počet mincí: pravděpodobnost, že je na stole právě k mincí je rovna $2/3^k$ pro $k = 1, 2, \dots$ Hodíme všemi mincemi najednou. Jestliže na všech mincích padl orel, pak dostaneme odměnu.

- a) Je pravděpodobnější, že odměnu dostaneme nebo že odměnu nedostaneme?
- b) Jestliže jsme odměnu nedostali, jaká je pravděpodobnost, že na stole leželo právě n mincí?

7. Karel, Franta a Cyril postupně hází kostkou v pořadí $K \rightarrow F \rightarrow C$. Komu první padne šestka, ten vyhrává, a hra v takovém případě končí.

- a) Jaká je pravděpodobnost, že vyhraje Cyril?
- b) Jaká je pravděpodobnost, že Franta hodil kostkou právě k -krát?

8. V krabici máme b bílých a a černých koulí. Postupně je taháme ven bez vracení.

- a) Jaká je pravděpodobnost, že vytáhneme bílou kouli v prvním tahu? A ve druhém?
- b) Jaká je pravděpodobnost, že $(n + 1)$ -ní tažená koule bude bílá?

9. Tři lovci vystřelili současně na divokého kance, který byl jednou střelou trefen. Určete pravděpodobnost toho, že kance zastřelil první, druhý nebo třetí střelec, jsou-li pravděpodobnosti zásahu po řadě rovny 0.2, 0.4 nebo 0.6.

Domácí úkol

1. Devadesát procent studentů úspěšně složí zkoušku z diskrétní matematiky. Počet studentů, kteří zkoušku složí, aniž by se na ni připravovali, je poloviční oproti počtu těch, kteří u zkoušky neuspějí, i když se na ni připravovali. Dále platí, že ze všech studentů, kteří u zkoušky neuspěli, 70% nebylo dostatečně připraveno. Určete pravděpodobnost, že student, který se na zkoušku připravoval, zkoušku úspěšně složí. (5b)

2. Máme tři truhly se dvěma mincemi. V truhle A jsou dvě zlaté mince, v truhle B dvě stříbrné mince a v truhle C zlatá a stříbrná mince. Náhodně vybereme truhlu a z ní vytáhneme náhodně minci. Ta je zlatá. Jaká je pravděpodobnost, že i druhá mince v této truhle je zlatá?(5b)