

Úvod do komutativní algebry: domácí úkol 1

Termín odevzdání: 9. listopadu 17:20

1. Uvažujme okruh R . Dokažte, že R je obor integrity, právě když $R[x]$ je obor integrity.
2. Bud' R okruh. Dokažte, že je-li $R[x]$ noetherovský, pak je i R noetherovský.
3. Bud' R gaussovský obor a uvažujme polynomy $f, g \in R[x]$, které jsou v tomto okruhu nesoudělné. Dokažte, že ideál $(f, g) < R[x]$ obsahuje nějaký nenulový prvek R .
4. Bud' R okruh a $I, J < R$ komaximální ideály. Dokažte, že pro libovolná přirozená čísla m, n jsou ideály I^m, J^n komaximální.
5. *Multiplikativní množinou* v okruhu R myslíme takovou $S \subset R$, která je neprázdná, neobsahuje 0 a je uzavřená na násobení. Pomocí Zornova lemmatu (bez použití lemmatu 1.24 ve skriptech) dokažte: je-li $S \subset R$ multiplikativní množina a ideál $I < R$ splňuje $I \cap S = \emptyset$, pak existuje prvoideál $P \supset I$ splňující $P \cap S = \emptyset$.

Každá z úloh je za 5 bodů. Můžete se o nich bavit se spolužáky (a s vyučujícími), ale svá řešení sepisujte sami, bez cizí pomoci.

Odevzdávejte papírově na začátku cvičení / přednášky, anebo elektronicky na adresu `matej@gimli.ms.mff.cuni.cz` v PDF.